La multiplication

Le sens de la multiplication

Définition du « Larousse »

« Multiplication »

> Résultat d'une addition : Opération notée ×, qui, à deux éléments a et b, associe un naturel noté a × b, appelé **produit** du facteur a et du facteur b.

La multiplication est une opération qui, à partir de deux nombres, donne un autre nombre appelé produit.

Définitions du « Larousse »

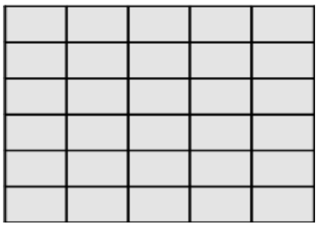
« Produit »

> Ce qui naît d'une activité de la nature ou de l'homme : Produits de la terre. Produit du travail.
>
> Ce qui résulte d'une activité, d'un état, d'une situation quelconque : Un pur produit de l'imagination.
>
> Bénéfices, fonds, sommes obtenues : Le produit de l'impôt.
>
> Production de l'industrie, de l'agriculture, des services, etc. : Produits pétroliers.
>
> Personne considérée comme fabriquée par un milieu, un groupe, une situation : Ces délinquants sont les produits de notre société.
>
> Chacun des articles, objets, biens, services proposés sur le marché par une entreprise : Consultez la liste de nos produits.
>
> Substance que l'on utilise pour l'entretien, les soins ou un usage particulier : Produit pour la vaisselle.
>
> Chimie
>
> Corps résultant d'une opération, d'une réaction.
>
> Mathématiques
>
> Pour deux éléments a et b de N, élément de ce même ensemble égal à l'image de (a, b) par l'opération de multiplication.

J'utilise la multiplication pour calculer rapidement un nombre d'objets rangés de la même manière.

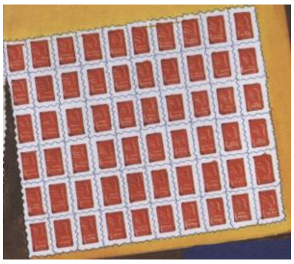
La multiplication permet d'éviter une addition répétée.

Observe ce rectangle



Combien possède t-il de carreaux ?

Quel est le nombre total de timbres ?



Je peux additionner le nombre de carreaux par lignes ou par colonnes

5+5+5+5+5+5 = 30 ou

6+6+6+6+6 = 30

Mais je peux aussi écrire

5 x 6 = 30

6 x 5 = 30

Je compte le nombre de lignes et de colonnes

6 lignes

10 colonnes

Le nombre de timbres est

10 x 6 = 60

6 x 10 = 60

J'utilise la multiplication pour résoudre des problèmes.

Un jardinier a cueilli 4 bouquets de 12 roses

Combien a-t-il cueilli de roses ?

Dans une salle, il y a 8 rangées de 16 sièges rouges. Combien y a-t-il de sièges rouges au total ?

Je peux écrire

Le nombre de roses est

12 + 12 + 12 + 12 = 48

12 x 4 = 48

4 x 12 = 48

Je peux calculer

8 x 16 =

16 x 8 =

Mais il faut prendre conscience de la complexité pédagogique de l'introduction de la multiplication et se poser la question de la manière dont on conçoit ce produit

Extraits du dossier de J L Brégeon sur les techniques opératoires

Exemple 1

- (évaluation CE2-2000)**:** l'élève devait calculer mentalement le produit 13x2 et la consigne demandée à l'enseignant était de « dicter 13x2 » (sans aucune autre indication sur les mots à prononcer).
  Une enquête auprès d'enseignants montre que ceux-ci ont dicté de trois manières différentes : « treize fois deux » ; « deux fois treize » et « treize multiplié par deux ».
  Selon le choix effectué (particulièrement « deux fois treize »), les réussites des élèves ne sont pas identiques…
  En fait, ces trois traductions sont valides et ne peuvent pas être mises en question : seulement, chaque traduction est porteuse d'un sens qui facilite ou non l'obtention du résultat par l'élève.

Exemple 2

- Dans le même ordre d'idée, il faut se poser la question de l'écriture d'un produit résultant de la traduction mathématique d'un problème.

  Par exemple :

  « Un jardinier a cueilli 4 bouquets de 12 roses. Combien a-t-il cueilli de roses ? »

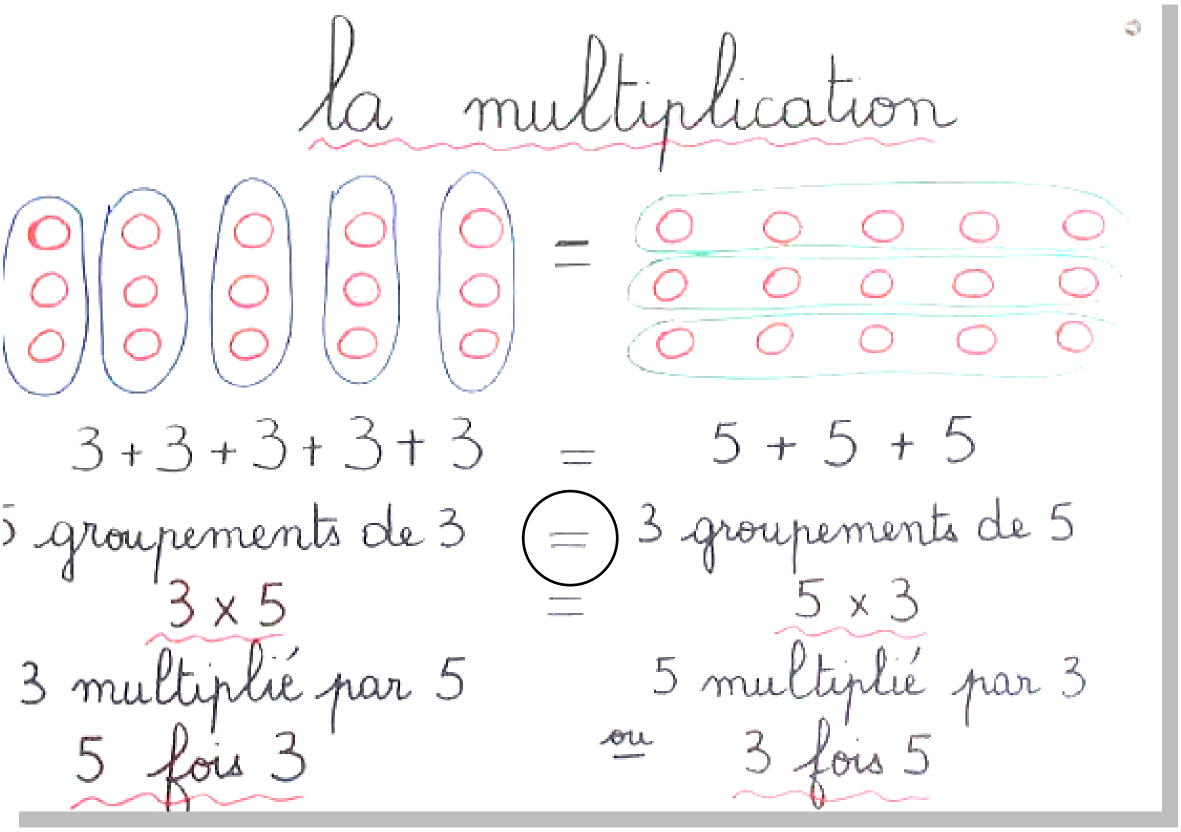
  La compréhension immédiate de cette situation conduit à faire une traduction en 4 fois 12 roses. Comment écrire 4 fois 12 avec le signe **x** ?
  Une tradition tenace invite à écrire « 4 fois 12 » sous la forme 12 x 4.
  On peut s'étonner de l'insistance à vouloir imposer aux élèves une telle disposition d'écriture (écriture de droite à gauche par rapport à une lecture qui se fait de gauche à droite)

  A l'école primaire, l'origine provient probablement de l'habitude, jusque dans les années 1970, de noter les unités dans les calculs. On écrit ce qu'on cherche en premier (des roses) et on multiplie par le nombre de bouquets.
  L'élève devait écrire : 12 roses dans un bouquet fois 4 bouquets ce qui donne 48 roses

  12 X 4 = 48

Exemple 3

Analyse d'un affichage proposé aux élèves

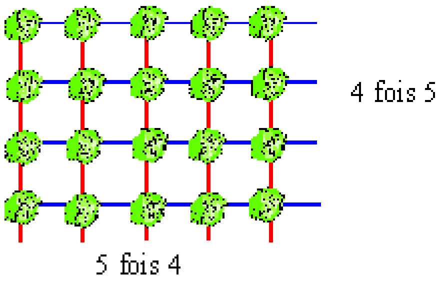


Concevoir une programmation cohérente de l'introduction de la multiplication

a) La construction du sens de la multiplication et du produit de deux nombres doit s 'appuyer sur la représentation première de l'opération, c'est-à-dire sur l'idée que, quand on multiplie, on répète plusieurs fois le même nombre et qu'on obtient ainsi un nombre plus grand.

   Ainsi, 4 fois 3 est l'écriture qui exprime l'action d'additionner 4 fois le nombre 3 (on agit sur le nombre 3 en le répétant 4 fois) : 4 fois 3 = 3 + 3 + 3 + 3. De la même manière, 3 fois 4 exprime l'action d'additionner 3 fois le nombre 4 (on agit sur le nombre 4 en le répétant 3 fois) : 3 fois 4 = 4 + 4 + 4. Ces deux actions sont distinctes mais produisent le même résultat.
   Il faut proposer aux élèves de produire différentes écritures additives répétées en relation avec le mot fois, afin d'installer ce sens premier de la multiplication.

b) Introduire le signe x en faisant d'emblée le choix de la commutativité.

Les salades du jardin		le résultat « 4 fois 5 » est identique à « 5 fois 4 » (20 salades). Cela correspond à un nombre qu'on appelle le produit de 4 et de 5, qu'on note 4 x 5 ou 5 x 4 et qu'on énonce « 4 multiplié par 5 » ou « 5 multiplié par 4 » ou « 4 fois 5 » ou « 5 fois 4 ».

Le choix est de ne pas lier directement l'ordre de ce qui est dit avec l'ordre de ce qui est écrit et de permettre la lecture ou l'écriture dans les deux sens.

En effet, si l'on est intransigeant sur l'ordre d'écriture du produit, comment faire comprendre aux élèves, à qui l'on a dit que le prix de 120 barres de chocolat à 3 euros la barre doit s'écrire impérativement 3 x 120 (120 fois 3 ; le multiplicateur est 120), que lorsqu'ils posent la multiplication pour calculer le résultat, ils doivent écrire de préférence :

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times \quad\; \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Préalables à la multiplication posée

1- Un apprentissage progressif et indispensable de la table de multiplication

► Pour mémoriser un produit, il faut être capable

- de le représenter (ex : 5 x 3 en lignes et colonnes)
- de l'identifier (ex : 6 x 4 c'est aussi 4 x 6, 4+4+4+4+4+4, 6+6+6+6)
- de raisonner (ex : 7 x 5 c'est 5 de plus que 6 x 5)

► Avant de mémoriser les tables de multiplication, il faut raisonner autour de la table de multiplication (table de Pythagore)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- La construire avec les élèves en constatant certaines propriétés (en particulier la commutativité)
- Examiner les relations entre les tables pour établir une progression

<u>Exemple</u> : après la table de 2, la table de 4 peut être reconstruite.

Les tables de 3 et de 5 sont aussi à connaître au cycle 2

Une progression pourrait donc être : x2, x5, puis x 4 et enfin x 3.

- S'appuyer sur la diversité des procédures

<u>Exemple</u> : "un de plus". Si je connais 3 x 7, alors je connais 4 x 7 car c'est 1 x 7 de plus

► Proposer une mémorisation <u>des tables</u> qui a du sens

Présentation 1		Présentation 2	
1 fois 2	2	2 fois 1	2
2 fois 2	4	2 fois 2	4
3 fois 2	6	2 fois 3	6
4 fois 2	8	2 fois 4	8
5 fois 2	10	2 fois 5	10
6 fois 2	12	2 fois 6	12
7 fois 2	14	2 fois 7	14
8 fois 2	16	2 fois 8	16
9 fois 2	18	2 fois 9	18
10 fois 2	20	2 fois 10	20
C'est celle qui s'appuie le mieux sur le sens de la multiplication tel que l'enfant le perçoit. Il peut ainsi établir plus facilement des associations entre les nombres. Par exemple, s'il sait « 4 fois 2 » (8), il peut déduire « 5 fois 2 » (10) car c'est 8 + 2.		Cette présentation ne permet pas le raisonnement. Il ne peut s'agir alors que d'un apprentissage par cœur sans construction de sens.	

Table de Pythagore (multiplication)

Ce qu'un élève de C2 doit maîtriser.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Un élève de C2 doit mémoriser les tables de 2, 3, 4 et 5.

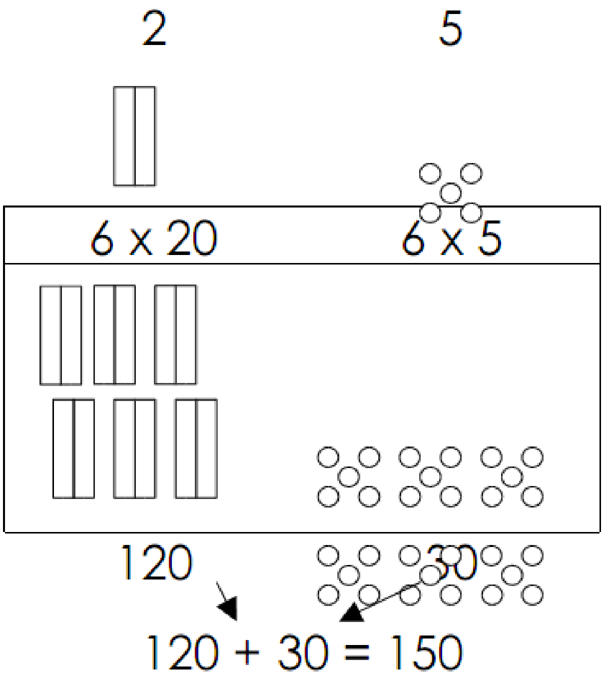
Le travail sur la commutativité de l'opération conduit à mémoriser <u>le début</u> des tables de 6, 7, 8 et 9.

2- Une connaissance des règles de la numération décimale

La compréhension de la technique usuelle de la multiplication nécessite la coordination de plusieurs types de connaissances : *(doc calcul posé – Roland Charnay)*

- tables de multiplication ;
- numération décimale pour la gestion des retenues, dans les multiplications intermédiaires puis dans l'addition finale ;
- règle des 0 : passage du résultat de la multiplication d'un nombre par 3 à la multiplication de ce même nombre par 30, par 300… ;
- <u>distributivité</u> de la multiplication sur l'addition

Ce dernier point est très important car il conditionne l'apprentissage de la technique de la multiplication. Ex : 25 x 6 manipulation



Ecriture

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 25 & \\ \times \quad 6 & \\ \hline 30 & \quad 6 \times 5 \\ 120 & \quad 6 \times 20 \\ \hline 150 & \end{array}$$

25 x 6 c'est 20 x 6 plus 5 x 6

La technique de calcul en ligne

23 x 5 = (20 x 5) + (3 x 5)

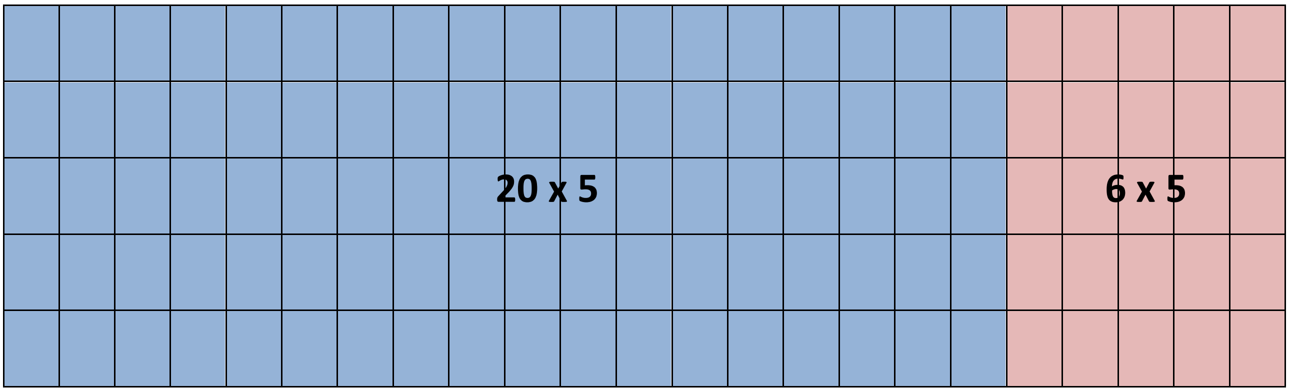
23 x 5 = 100 + 15

23 x 5 = 115

La technique opératoire posée (avec retenue sur le côté du résultat)

$$\begin{array}{rl} 2\ 3 & \\ \times \qquad & \\ 5 & \\ \hline 1\ 1\ 5 & \quad 1 \end{array}$$

> Cette technique a l'avantage de ne pas afficher une retenue située au niveau du « 2 ».
>
> Pas de question à se poser à savoir si l'opération est 5 x 2 ou 5 x 3.


20 x 5
6 x 5